

Examenul de bacalaureat național 2024
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Model februarie 2024

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul $N = \frac{3+i}{1-i} - 2i$ este natural, unde $i^2 = -1$.
- 5p 2. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 2024$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x+1} + 3 \cdot 5^x = 200$.
- 5p 4. După o scumpire cu 10%, prețul unui produs este 935 lei. Aflați prețul inițial al produsului.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 3)$, $B(n, 7)$. Determinați numărul real nenul n pentru care panta dreptei AB este egală cu 1.
- 5p 6. Știind că $\sin x = \frac{2}{3}$, $x \in (0, \frac{\pi}{2})$, arătați că $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ x & x+3 \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = -13$.
- 5p b) Demonstrați că $A(x) + A(y) - A(0) = A(x+y)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Determinați numărul real m pentru care matricea $B(m) = A(m-1) + A(m) + A(m+1) - 2A(0)$ este inversabilă.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \frac{xy}{2} + x + y - 1$.
- 5p a) Arătați că $1 * 2 = 3$.
- 5p b) Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x * (2x) = 17$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 1 Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = -2$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \geq 0$, pentru $x \in (-1, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x$.
- 5p a) Arătați că $\int_2^3 \frac{f(x)}{\ln x} dx = \frac{5}{2}$.
- 5p b) Arătați că $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1$.
- 5p c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe intervalul $[\frac{1}{e}, \infty)$.