

## Examenul național de bacalaureat 2024

## Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{șt\_nat}}$ 

Model februarie 2024

**Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore

**SUBIECTUL I****(30 puncte)**

- 5p 1. Calculați  $\left\{-\frac{8}{5}\right\}$ , unde  $\{x\}$  reprezintă partea fracționară a lui  $x$ .
- 5p 2. Determinați numărul real, nenul, pozitiv  $x$  astfel încât numerele  $x-2$ ,  $x+2$ ,  $3x+6$  să fie termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
- 5p 3. Determinați numărul real  $m$  astfel încât maximum funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = mx^2 - 5x + 1$  să fie egal cu 2.
- 5p 4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$ .
- 5p 5. Determinați ecuația mediatoarei segmentului  $AB$  cu  $A(-2,3)$  și  $B(2,5)$ .
- 5p 6. Rezolvați în intervalul  $[0, 2\pi]$  ecuația  $2\sin^2 x = 1$ .

**SUBIECTUL al II-lea****(30 puncte)**

- 1) Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $3\det A - \det(3A) = -54$ .
- 5p b) Calculați  $A \cdot A + 4I_2$ .
- 5p c) Determinați inversa matricei  $A$ .
- 2) Pe mulțimea numerelor reale definim legea de compoziție  $x * y = xy + 2x + 2y + 2$ .
- 5p a) Arătați că  $x * y = (x + 2)(y + 2) - 2$  pentru orice  $x, y \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Calculați  $(-2024) * (-2023) * \dots * 2023 * 2024$ .
- 5p c) Determinați două numere  $x, y \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$  pentru care  $x * y \in \mathbb{Z}$ .

**SUBIECTUL al III-lea****(30 puncte)**

- 1) Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln^4 x$ .
- 5p a) Calculați derivata funcției  $f$ .
- 5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - f(e)}{x - e}$ .
- 5p c) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul  $x_0 = e$ .
- 2) Se consideră funcțiile  $f, g: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \arcsin x - \sqrt{1-x^2}$  și  $g(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ .
- 5p a) Arătați că funcția  $f$  este o primitivă a funcției  $g$ .
- 5p b) Calculați  $\int_0^{\frac{1}{2}} g(x) dx$ .
- 5p c) Arătați că  $\int_0^1 f(x) dx \leq \frac{\pi}{2}$ .

