

**Examenul național de bacalaureat 2024**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**   
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

*Model februarie 2024*

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 puncte)**

|    |   |    |
|----|---|----|
| 1. | $-\frac{8}{5} = -1,6$   | 3p |
|    | $\left\{-\frac{8}{5}\right\} = 0,4$   | 2p |
| 2. | $(x+2)^2 = (x-2)(3x+6); \quad x^2 + 4x + 4 = 3x^2 - 12$   | 2p |
|    | $2x^2 - 4x - 16 = 0$ de unde $x_1 = -2$ care nu convine, $x_2 = 4$ , care convine                 | 3p |
| 3. | $m < 0; \quad \frac{-\Delta}{4a} = 2; \quad \frac{4m-25}{4m} = 2$                                 | 3p |
|    | $8m = 4m - 25$ , deci $m = -\frac{25}{4}$   | 2p |
| 4. | $2^x = t > 0; \quad t^2 - 12t + 32 = 0;$  | 2p |
|    | $t_1 = 4; \quad t_2 = 8$ și $x_1 = 2; \quad x_2 = 3$  | 3p |
| 5. | $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1}{2};$ Fie $M$ mijlocul lui $AB$ , atunci $M(0,4)$ | 2p |
|    | Ecuția mediatoarei este: $y - y_M = \frac{-1}{m_{AB}}(x - x_M)$                                   | 2p |
|    | $y - 4 = -2x$ sau $y + 2x - 4 = 0$  | 1p |
| 6. | $\sin^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2},$                             | 2p |
|    | $x \in \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$              | 3p |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 puncte)**

|      |   |    |
|------|---|----|
| 1.a) | $\det A = \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = 9; \quad \det 3A = \begin{vmatrix} 0 & 9 \\ -9 & 0 \end{vmatrix} = 81$                              | 3p |
|      | $3\det(A) - \det(3A) = 27 - 81 = -54$   | 2p |
| b)   | $A^2 = \begin{pmatrix} -9 & 0 \\ 0 & -9 \end{pmatrix}$  | 2p |
|      | $A^2 + 4I_2 = \begin{pmatrix} -9 & 0 \\ 0 & -9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ | 3p |
| c)   | $A^{-1} = \frac{1}{\det A} A^*; \quad A^* = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$  | 3p |

ROMÂNIA

|      |  |                |
|------|--|----------------|
|      | $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$   | 2p             |
| 2.a) | $x * y = xy + 2x + 2y + 2 = x(y + 2) + 2y + 4 - 2 =$<br>$= x(y + 2) + 2(y + 2) - 2 = (x + 2)(y + 2) - 2$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$  | 3p<br>2p       |
| b)   | Se demonstrează că $(x * y) * z = x * (y * z)$ pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$<br>$x * (-2) = -2$ și $(-2) * y = -2$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$<br>$(-2024) * (-2023) * \dots * (-2) * \dots * 2023 * 2024 = -2$   | 1p<br>2p<br>2p |
| c)   | Cum $x * y \in \mathbb{Z}$ , rezultă că $(x + 2)(y + 2) \in \mathbb{Z}$<br>fie $(m, n) = 1$ luăm $x + 2 = \frac{m}{n}$ și $y + 2 = \frac{n}{m}$ , unde $m, n$ sunt numere întregi nenule<br>Ex. $x = \frac{9}{4} - 2 = \frac{1}{4} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ și $y = \frac{4}{9} - 2 = -\frac{14}{9} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ | 1p<br>1p<br>3p |

**SUBIECTUL al III-lea**
**(30 puncte)**

|      |   |          |
|------|---|----------|
| 1.a) | $f'(x) = (4\ln^3 x)(\ln x)'$<br>$f'(x) = \frac{4\ln^3 x}{x}, x \in (0, \infty)$   | 3p<br>2p |
| b)   | $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - f(e)}{x - e} = f'(e)$<br>$f'(e) = \frac{4}{e}$   | 2p<br>3p |
| c)   | $y - f(e) = f'(e)(x - e)$<br>$f(e) = 1$<br>$y - 1 = \frac{4}{e}(x - e)$   | 3p<br>2p |
| 2.a) | $f$ este derivabilă pe $(-1, 1)$<br>$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1+x}{\sqrt{(1-x)(1+x)}} = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} = g(x)$ , deci $f$ este o primitivă a funcției $g$                    | 2p<br>3p |
| b)   | $\int_0^{\frac{1}{2}} g(x) dx = f(x) \Big _0^{\frac{1}{2}} = (\arcsin x - \sqrt{1-x^2}) \Big _0^{\frac{1}{2}}$<br>$= \arcsin \frac{1}{2} - \sqrt{1 - \frac{1}{4}} - \arcsin 0 + 1 = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 1$ | 3p<br>2p |
| c)   | $f'(x) = g(x); g(x) > 0 \Rightarrow f$ strict crescătoare $\forall x \in (-1, 1) \Rightarrow f(x) < f(1) \Rightarrow$<br>$f(x) < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx < \frac{\pi}{2}$                                | 3p<br>2p |