Examenul naţional de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model februarie 2024

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$z=1-i\Rightarrow z^2=-2i,\ \ z^3=-2i-2$	**3p**
	$z^3=z^2-2$	**2p**
2.	Dacă $a^2-12\geq 0$, ecuația are soluții reale	**2p**
	Cum $x_1+x_2=4$ și $x_1+x_2=-a\Rightarrow a=-4$ care convine	**3p**
3.	$\log_2 x-1+\dfrac{1}{\log_2 x}=1\Leftrightarrow(\log_2 x-1)^2=0$, $x\in(0,\infty)\setminus\{1\}$	**3p**
	$\log_2 x-1=0\Rightarrow x=2$ care convine.	**2p**
4.	Mulțimea A are 12 elemente, deci sunt 12 cazuri posibile	**2p**
	Cum $12<\sqrt[3]{2024}<13$ sunt 5 cazuri favorabile, $p=\dfrac{5}{12}$	**3p**
5.	Din relația $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AD}\Rightarrow D$ este mijlocul segmentului BC	**3p**
	Punctul D are coordonatele $D(2,-4)$	**2p**
6.	$\sin C=\dfrac{7\sqrt{2}}{10}\Rightarrow\cos C=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$ sau $\cos C=-\dfrac{\sqrt{2}}{10}$	**3p**
	$\sin A=\sin(B+C)=\dfrac{4}{5}$ sau $\sin A=\sin(B+C)=\dfrac{3}{5}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.a)	$\det A(a)=\begin{vmatrix}1 & -1 & a-1\\ 2 & a & -1\\ a+1 & -2 & 2\end{vmatrix}=-a^3+7$	**3p**
	Cum $a\leq 0\Rightarrow -a^3+7=\det A(a)\neq 0$, deci rangul matricei $A(a)$ este 3.	**2p**
b)	$\det(A(a)\cdot A(2))=\det A(a)\cdot\det A(2)=(-a^3+7)\cdot(-1)=a^3-7$	**2p**
	$a^3-7\geq 20\Leftrightarrow(a-3)(a^2+3a+9)\geq 0$. Cum $a^2+3a+9>0,\ \forall a\in R\Rightarrow a\in[3,+\infty)$	**3p**
c)	Din condiția ca $x_0=1$, sistemul având soluție unică avem $x_0=\dfrac{5a^2-3a-13}{a^3-7}$	**2p**
	$\dfrac{5a^2-3a-13}{a^3-7}=1\Leftrightarrow a^3-5a^2+3a+6=0\Leftrightarrow(a-2)(a^2-3a-3)=0$ cu singura soluție întreagă $a=2$	**3p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro

2.a)	$1\circ(-1)=\frac{1}{3}$ $(-1)\circ(-1)=\frac{1}{3}$, deci $1\circ(-1)=(-1)\circ(-1)$	**2p** **3p**
b)	$x\circ x=-3\left(3^x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}$ $-3\left(3^x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\geq -1\Rightarrow -\frac{1}{3}\leq 3^x\leq 1\Rightarrow x\in(-\infty,0]$	**2p** **3p**
c)	$x_1\circ x_2\circ\ldots\circ x_6=(-3)^5\left(3^{x_1}-\frac{1}{3}\right)\left(3^{x_2}-\frac{1}{3}\right)\ldots\left(3^{x_6}-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}$ $N=(-3)^5\cdot 6!=(-3)^5\cdot 720$, ultima cifră este 0	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$f'(x)=(\ln x)'-(\ln(\ln x))'=\frac{1}{x}-\frac{1}{x\ln x}=$ $=\frac{\ln x-1}{x\ln x}$, $x\in(1,+\infty)$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(e^x+x\right)\cdot\frac{x}{e^{x+1}(x+1)}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x+x}{e^{x+1}}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x}{x+1}=$ $=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+\frac{x}{e^x}}{e}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{1+\frac{1}{x}}=\frac{1}{e}$	**3p** **2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=e$, $f'(x)\geq 0$ pentru $x\in[e,+\infty)$, funcția f este crescătoare pe $[e,+\infty)$ Cum $x<x+1$ și funcția f este crescătoare pe $[e,+\infty)$ se obține $f(x)<f(x+1)$, $\ln x-\ln(\ln x)<\ln(x+1)-\ln(\ln(x+1))$ $\Rightarrow$ $\ln x-\ln(x+1)<\ln(\ln x)-\ln(\ln(x+1))$ și din proprietățile logaritmilor, concluzia.	**3p** **2p**
2.a)	$\int\limits_0^2 xf^2(x)dx=\int\limits_0^2 x\left(x^2+5\right)dx=\int\limits_0^2\left(x^3+5x\right)dx$ $=\left(\frac{x^4}{4}+5\frac{x^2}{2}\right)\Big\|_0^2=14$	**3p** **2p**
b)	$0\leq I_n=\int\limits_0^1 x^n\sqrt{x^2+5}dx\leq\sqrt{6}\int\limits_0^1 x^n=\frac{\sqrt{6}}{n+1}$, pentru orice număr natural nenul n Cum $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{6}}{n+1}=0$, obținem $\lim\limits_{n\to\infty}I_n=0$	**3p** **2p**
c)	$I_n=\int\limits_0^1 x^n\sqrt{x^2+5}dx=\int\limits_0^1 x^n\frac{\left(x^2+5\right)}{\sqrt{x^2+5}}dx=\left(\int\limits_0^1 x^{n+1}\frac{x}{\sqrt{x^2+5}}+5x^{n-1}\frac{x}{\sqrt{x^2+5}}\right)dx$ $=\sqrt{6}-(n+1)I_n+5\sqrt{6}-5(n-1)I_{n-2}$ și obținem $(n+2)I_n+5(n-1)I_{n-2}=6\sqrt{6}$ pentru orice număr natural n, $n\geq 3$.	**2p** **3p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro