

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2023-2024**

**Test de antrenament**

**Matematică**

*WWW.MATEMATICAROMANIA.RO*  
**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	d)	5p
2.	b)	5p
3.	a)	5p
4.	a)	5p
5.	c)	5p
6.	a)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	d)	5p
2.	d)	5p
3.	c)	5p
4.	b)	5p
5.	c)	5p
6.	b)	5p

*WWW.MATEMATICAROMANIA.RO*

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) Da, este posibil.	1p
----	----------------------	----

	<p style="text-align: center;"><i>WWW.MATEMATICAROMANIA.RO</i></p> <p>De exemplu, <math>210 = 50 + 160 = 1 \cdot 50 + 8 \cdot 20</math>, deci casierul poate da restul de 210 printr-o bancnotă de 50 lei și 8 bancnote de 20 lei.</p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> Observăm că <math>10 \cdot 2n = 20 \cdot n = \underbrace{20 + 20 + \dots + 20}_n</math>, pentru orice <math>n \geq 1</math>.</p> <p>De asemenea <math>10 \cdot (2n + 1) = 20 \cdot n + 10 = \underbrace{20 + 20 + \dots + 20}_{n-2} + 50</math>, pentru orice <math>n \geq 2</math>.</p> <p>Afel putem da orice rest prin aceste metode, cu excepția resturilor de 10 lei, respectiv 30 de lei.</p> <p>Restul de <b>10 lei</b> nu poate fi dat, deoarece cea mai mică bancnotă disponibilă este de 20 de lei.</p> <p>Restul de <b>30 de lei</b> nu poate fi dat, deoarece <math>30 &lt; 50</math> și 30 nu se împarte exact la 20.</p>	<b>1p</b>  <b>1p</b>  <b>1p</b>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{18}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{6} + \frac{2-\sqrt{3}}{1} \cdot \frac{1}{3}</math></p> $= \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3}$	<b>1p</b>  <b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>\frac{2}{3} = 0, (6) = 0,666 \dots</math> care se rotunjește la ordinul sutelor la <b>0,67</b>.</p>	<b>3p</b>
<b>3.</b>	<p><b>a)</b> <math>E(x) = (x + 3) \cdot (x - 3) + (x - 3) \cdot (x + 1) + (x + 1)^2</math></p> $= x^2 - 9 + x^2 - 2x - 3 + x^2 + 2x + 1 = 3x^2 - 11$	<b>1p</b>  <b>1p</b>
	<p><b>b)</b> Căutăm o valoare a lui <math>x &gt; 3</math> pentru care <math>E(x) = 136 \text{ dam}^2</math>.</p> $3x^2 - 11 = 136 \Rightarrow 3x^2 = 147 \Rightarrow x^2 = 49.$ <p><math>x = 7 \text{ dam} = \mathbf{70 \text{ metri}}</math>.</p>	<b>1p</b>  <b>1p</b>  <b>1p</b>
<b>4.</b>	<p><b>a)</b> Lungimea unui semicerc interior este de <math>25\pi</math> m, iar lungimea unui semicerc exterior este de <math>35\pi</math> m.</p> <p>Cum <math>AB = CD = EF = GH = 100</math> m, deducem că lungimea interioară a pistei este <math>200 + 50\pi</math> m, iar lungimea exterioară a pistei este <math>200 + 70\pi</math>. Așadar diferența căutată este <b><math>20\pi</math> m</b>.</p>	<b>1p</b>  <b>1p</b>
	<p><b>b)</b> Aria pistei este formată din <math>2A_{AEFB} = 2 \cdot 10 \cdot 100 = 2.000 \text{ m}^2</math> și de două ori diferența ariilor celor două jumătăți de disc, adică <math>2 \cdot \pi \cdot \frac{35^2 - 25^2}{2} = 600 \cdot \pi \text{ m}^2</math>. Deci aria pistei este <math>2.000 + 600\pi \text{ m}^2</math>.</p> <p>Costul asfaltării va fi: <math>60 \cdot 2.000 + 36.000 \cdot \pi \approx 120.000 + 36.000 \cdot 3,14 = 120.000 + 113.040 = \mathbf{233.040 \text{ lei}}</math>.</p>	<b>1p</b>  <b>1p</b>  <b>1p</b>
<b>5.</b>	<p><b>a)</b> Notăm cu <math>E</math> și <math>F</math> picioarele perpendicularelor din <math>C</math> și <math>D</math> pe <math>AB</math>, <math>x = AF</math>, <math>y = BE</math>, <math>CE = DF = h</math>. Se deduce ușor că <math>x + y = 11 - 4 = 7</math> cm.</p> <p>Aplicând <i>Teorema lui Pitagora</i> în triunghiurile <math>BEC</math> și <math>AFD</math> vom obține că <math>x^2 + h^2 = 25</math> și <math>y^2 + h^2 = 32</math>. Scăzând aceste relații găsim că <math>7 = y^2 - x^2 = (x + y)(y - x) = 7 \cdot (y - x) \Rightarrow y - x = 1</math>. Se obține <math>x = 3</math> și <math>y = 4</math>. Astfel din <math>x^2 + h^2 = 25 \Rightarrow \mathbf{h = 4 \text{ cm}}</math>.</p>	<b>1p</b>  <b>1p</b>
	<p><b>b)</b> Aplicând aria triunghiului în două moduri în <math>\Delta ABC</math> obținem că <math>A_{ABC} = \frac{CE \cdot AB}{2} = \frac{4 \cdot 11}{2} = 22 \text{ cm}^2</math>.</p> <p>Totodată <math>A_{ABC} = \frac{BC \cdot \text{dist}(A, BC)}{2} = \frac{4\sqrt{2} \cdot \text{dist}(A, BC)}{2} = 22</math>.</p>	<b>1p</b>  <b>1p</b>  <b>1p</b>

	Așadar $ist(A, BC) = \frac{11}{\sqrt{2}} = \frac{11\sqrt{2}}{2}$ .	
<b>6.</b>	<p><b>a)</b> Notăm cu <math>M, N, P</math> mijloacele laturilor <math>BC, VC</math> și respectiv <math>VB</math>. Astfel <math>G_1 \in AM, G_2 \in AN</math> și <math>G_3 \in AP</math> și <math>\frac{G_1A}{G_1M} = \frac{G_2A}{G_2N} = \frac{G_3A}{G_3P} = 2</math>, fiind centre de greutate. Din <i>Reciproca Teoremei lui Thales</i> deducem că <math>G_1G_2 \parallel MN</math> și <math>G_1G_3 \parallel MP</math>. <i>WWW.MATEMATICAROMANIA.RO</i> Cum <math>MN, MP \subset (VBC)</math> iar <math>G_1G_2, G_1G_3 \subset (G_1G_2G_3)</math> sunt două perechi de drepte concurente din acele plane, vom deduce că <math>(G_1G_2G_3) \parallel (VBC)</math>.</p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
	<p><b>b)</b> Deoarece <math>G_1G_2 \parallel MN</math>, deducem că <math>\sphericalangle(G_1G_2, BC) = \sphericalangle(MN, BC)</math>. Din <i>Teorema liniei mijlocii</i> știm că <math>MN \parallel VB</math>. Deci <math>\sphericalangle(G_1G_2, BC) = \sphericalangle(VB, BC) = \sphericalangle VBC</math>.</p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
	În $\triangle VBM$ , dreptunghic în $M$ avem $\cos \sphericalangle(VBC) = \frac{MB}{VB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Deci $\sphericalangle VBC = 30^\circ$ .	<b>1p</b>