



Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Model decembrie 2023

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1) Calculați $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})\sqrt[3]{-8} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-2}$.
- 5p 2) Arătați că $\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}$ este număr natural, știind că x_1, x_2 sunt rădăcinile ecuației $x^2 - 4x + 1 = 0$.
- 5p 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{\lg(x-1)}{\lg 2} = 1$.
- 5p 4) Determinați numărul de submulțimi cu număr par de elemente ale mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- 5p 5) Determinați numărul real m pentru care dreptele $d_1: y = (m^2 - 3)x + 2$ și $d_2: y = x$ sunt paralele.
- 5p 6) Calculați lungimea înălțimii din A a triunghiului ABC cu $AB = 8$, $AC = 6$ și $BC = 10$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

- 1) Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x - 2024 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este un număr real.
- 5p a) Calculați $\det(A(0))$.
- 5p b) Arătați că $A(x)A(x) - 2A(x) + A(2024) = O_2$, pentru orice x număr real.
- 5p c) Determinați numerele naturale m și n știind că $A(m)A(n) = A(-2022)$.
- 2) Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = \frac{1}{2}(xy - x - y + 3)$.
- 5p a) Calculați $(1 \circ 2024) \circ (-2024)$.
- 5p b) Arătați că $e = 3$ este elementul neutru.
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x+2} \circ 3 = 4$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

- 1) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{2x} - 2ex$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 2e^{2x} - 2e$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(0,1)$.
- 5p c) Demonstrați că $e^x \geq \sqrt{2ex}$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$.
- 2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Calculați $\int (x^2 + 1)f(x) dx$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că orice primitivă a funcției f are un singur punct de extrem.
- c) Determinați funcția $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, primitiva funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = xf(x)$, cu proprietatea
- 5p $G(1) = -\frac{\pi}{4}$.