

## Examenul național de bacalaureat 2023

## Proba E. c)

 Matematică *M\_mate-info*

## BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

WWW.MATEMATICAROMANIA.RO

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*
*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

## SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$z = \frac{1-i\sqrt{3}}{2} \Rightarrow z^2 = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ $ z^2  = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 1$	3p 2p
2.	$f_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{m^2-4}{4}$ $m^2-4=32 \Rightarrow m_{1,2} = \pm 6$	3p 2p
3.	$5^{x+1} + 5^{-x} = 6 \Rightarrow 5 \cdot 5^x + \frac{1}{5^x} = 6 \Rightarrow 5 \cdot 5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 1 = 0$ $5^x = 1 \Rightarrow x_1 = 0$ $5^x = \frac{1}{5} \Rightarrow x_2 = -1$	3p 2p
4.	Nr. cazuri posibile: 90; cazuri favorabile: $4^2, 5^2, \dots, 9^2$ . $P = \frac{6}{90} \Rightarrow P = \frac{1}{15}$	3p 2p
5.	$g: y - y_A = m(x - x_A); \quad m \cdot m_d = -1$ $m_d = -\frac{1}{2} \Rightarrow m = 2 \Rightarrow g: y + 2 = 2(x - 1) \Rightarrow g: y = 2x - 4$	3p 2p
6.	$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{8}{9} \xrightarrow{\cos \alpha < 0} \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{4}$	3p 2p

WWW.MATEMATICAROMANIA.RO

 Probă scrisă la matematică *M\_mate-info*

Simulare

Barem de evaluare și de notare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*
*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

**SUBIECTUL II**
**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ a & 1 & -2 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 3a - 4 + 1 + 6 + 2a$ $\det(A) = 5a + 4$	3p  2p
<b>b)</b>	$x = 1, y = 0, z = -1$ verifică ecuațiile $a + 0 + 2 = 1 \Rightarrow a = -1$ $-1 + 0 - 1 = b \Rightarrow b = -2$	3p  2p
<b>c)</b>	$\det(A) = 0 \Rightarrow a = -\frac{4}{5} \Rightarrow \text{rang}(A) \leq 2$ $d_2 = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 3 \neq 0, \text{ deci } \text{rang}(A) = 2$  $d_{\text{car}} = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & b \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow b = -\frac{5}{3}$	3p  2p
<b>2. a)</b>	$\sqrt{2} * 2 = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2 + 2$ $\sqrt{2} * 2 = \sqrt{2}$	3p  2p
<b>b)</b>	Element neutru: $e = 2$  Fie $x$ element simetrizabil $\Rightarrow (\exists)x' \in \mathbf{R}: x * x' = x' * x = 2 \Rightarrow x'(x-1) = x$ $x \neq 1 \Rightarrow (\exists)x' = \frac{x}{x-1} \in \mathbf{R}$ , deci $U(\mathbf{R}, *) = \mathbf{R} \setminus \{1\}$	3p  2p
<b>c)</b>	$\underbrace{x * x * x * \dots * x}_{10 \text{ ori } x} = 1025 \Leftrightarrow (x-1)^{10} + 1 = 1025$ $(x-1)^{10} = 2^{10} \Rightarrow x-1 = \pm 2 \Rightarrow x_1 = 3; x_2 = -1$	3p  2p

**SUBIECTUL III**
**(30 de puncte)**

<b>1. a)</b>	$f'(x) = \left( \ln(x+1) - \frac{x}{x+1} \right)'$ $= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{x}{(x+1)^2}$	3p  2p
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{2x} =$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{(x+1)^2} = \frac{1}{2}$	3p  2p
<b>c)</b>	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0; f'(x) < 0, \forall x < 0; f'(x) > 0, \forall x > 0$	3p 2p

 Probă scrisă la matematică  $M_{\text{mate-info}}$ 
**Simulare**

Barem de evaluare și de notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

	$x = 0$ este punct de minim global, deci $f(x) \geq f(0) = 0$	
<b>2. a)</b>	$(F_1(x))' = \left( \frac{1}{2} \ln(x^2 + 4) \right)'$ $= \frac{x}{x^2 + 4} = f_1(x), \forall x \in \mathbf{R}.$	3p 2p
<b>b)</b>	$F(x) \in \int f_2(x) dx = \int \frac{x^2}{x^2 + 4} dx = \int \left( 1 - \frac{4}{x^2 + 4} \right) dx = x - 2 \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C$ $F(x) = x - 2 \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + c; \quad F(2) = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow c = -2$ $F(x) = x - 2 \operatorname{arctg} \frac{x}{2} - 2$	3p 2p
<b>c)</b>	$F_4(x) \in \int \frac{x^4}{x^2 + 4} dx \Rightarrow F_4'(x) = f_4(x) \geq 0, \forall x \in \mathbf{R} \Rightarrow F_4 \text{ este injectivă}$ $f_4(x) = x^2 - 4 + \frac{16}{x^2 + 4} \Rightarrow F_4(x) = \frac{x^3}{3} - 4x + 8 \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + c;$ <p><u>Cum</u> <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} F_4(x) = -\infty</math>, <math>\lim_{x \rightarrow \infty} F_4(x) = \infty</math> și <math>F_4</math> este continua, rezultă că <math>F_4</math> este surjectivă.</p>	3p 2p