

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

 Matematică *M_{tehnologică}*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

WWW.MATEMATICAROMANIA.RO

Model decembrie 2023

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

1.	$(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})\sqrt[3]{-8} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-2} = (3-2)(-2) + (\sqrt{2})^2 =$ $= -2 + 2 = 0$	3p 2p
2.	$x_1 + x_2 = 4$ și $x_1 x_2 = 1$ $\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 4$, număr natural.	3p 2p
3.	$\lg(x-1) = \lg 2 \Leftrightarrow x-1 = 2$ $x = 3$ care convine	3p 2p
4.	C_5^0 este numărul submulțimilor cu 0 elemente, C_5^2 este numărul submulțimilor cu 2 elemente, C_5^4 este numărul submulțimilor cu 4 elemente $1+10+5=16$ este numărul submulțimilor cu număr par de elemente.	3p 2p
5.	$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$ $m^2 - 3 = 1 \Leftrightarrow m = -2$ sau $m = 2$	2p 3p
6.	$BC^2 = AB^2 + AC^2$, deci triunghiul ABC este dreptunghic în A . $\frac{6 \cdot 8}{10} = \frac{24}{5}$ este lungimea înălțimii triunghiului.	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.a)	$\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & -2024 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 1 \cdot 1 - (-2024) \cdot 0 = 1$	2p 3p
b)	$A(x)A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2x-4048 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $2A(x) = \begin{pmatrix} 2 & 2x-4048 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $A(2024) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A(x)A(x) - 2A(x) + A(2024) = \begin{pmatrix} 1-2+1 & 2x-4048-2x+4048 \\ 0 & 1-2+1 \end{pmatrix} = O_2$	3p 2p
c)	$A(m)A(n) = \begin{pmatrix} 1 & m+n-4048 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A(-2022) = \begin{pmatrix} 1 & -4046 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A(m)A(n) = A(-2022) \Leftrightarrow m+n=2$, cum m, n sunt numere naturale obținem $m=2, n=0$ sau $m=1, n=1$ sau $m=0, n=2$	2p 3p

2.a)	$(1 \circ 2024) \circ (-2024) = \left[\frac{1}{2}(2024 - 1 - 2024 + 3) \right] \circ (-2024) =$ $= 1 \circ (-2024) = 1$	3p 2p
b)	$x \circ 3 = \frac{1}{2}(3x - x - 3 + 3) = x$, pentru orice număr real x $3 \circ x = \frac{1}{2}(3x - 3 - x + 3) = x$, pentru orice număr real x , deci $e = 3$ este elementul neutru.	2p 3p
c)	$2^{x+2} \circ 3 = 2^{x+2}$ $2^{x+2} = 4 \Leftrightarrow x = 0$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1.a)	$f'(x) = (e^{2x})' - (2ex)' =$ $= 2e^{2x} - 2e$, pentru orice număr real x .	2p 3p
b)	$y - f(0) = f'(0)x$ este ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(0,1)$ $f(0) = 1$, $f'(0) = 2 - 2e \Rightarrow y = (2 - 2e)x + 1$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ Pentru orice $x \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$, $f'(x) \leq 0$, deci f descrescătoare pe $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ și pentru orice $x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$, $f'(x) \geq 0$, deci f crescătoare pe $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$, atunci $f(x) \geq f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ $e^{2x} \geq 2ex$, pentru orice $x \in [0, +\infty) \Rightarrow e^x \geq \sqrt{2ex}$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$.	2p 3p
2.a)	$\int (x^2 + 1)f(x) dx = \int x dx =$ $= \frac{x^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$F'(x) = f(x)$, pentru orice număr real x , unde $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o primitivă a funcției f $F'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ Pentru orice $x \in (-\infty, 0]$, $F'(x) \leq 0$, deci F descrescătoare pe $(-\infty, 0]$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$, $F'(x) \geq 0$, deci F crescătoare pe $[0, +\infty)$ $x = 0$ este punctul de extrem al primitivei.	2p 3p
c)	$\int xf(x) dx = \int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx = x - \arctg x + c, \quad c \in \mathbb{R}$ $G(x) = x - \arctg x + c, \quad G(1) = 1 - \frac{\pi}{4} + c = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow c = -1, \quad G(x) = x - \arctg x - 1$	3p 2p