

Examen național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică M_șt-nat

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I		(30 de puncte)
1.	$a_{2023} = a_1 + 2022 \cdot r$ $a_{2023} = 2013$	2p 3p
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2x - 4$ $x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 3 \Rightarrow$ Suma absciselor punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor este 5	2p 3p
3.	$x^2 - 5x + 7 = (x - 1)^2 \Leftrightarrow -5x + 7 = -2x + 1$ $\Leftrightarrow 3x = 6$, deci $x = 2$, care convine	2p 3p
4.	Mulțimea A are 50 de elemente, deci sunt 50 cazuri posibile. Mulțimea A conține 7 numere naturale, deci sunt 43 de cazuri favorabile. $P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{43}{50}$	3p 2p
5.	Punctul $M(-2; 3)$ este mijlocul laturii BC . Ecuația medianei din A este $d: y = 3$.	2p 3p
6.	$(\sin x - \cos x)^2 + (\sin x + \cos x)^2 =$ $\sin^2 x - 2\sin x \cos x + \cos^2 x + \sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x =$ $2(\sin^2 x + \cos^2 x) = 2$, pentru orice număr real x .	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea		(30 de puncte)
1.a.	$\det(A) = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-3) - 6 \cdot (-2)$ $\det(A) = -12 + 12 = 0$	3p 2p
1.b.	$M(x) \cdot M(y) = (I_2 + xA)(I_2 + yA) = I_2 + xA + yA + xyA^2, A^2 = A \cdot A = A$ Obținem $M(x) \cdot M(y) = I_2 + (x + y + xy)A = M(x + y + xy)$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
1.c.	$M(m + n + mn) = M(6) \Leftrightarrow m + n + mn = 6 \Leftrightarrow (m + 1)(n + 1) = 7$ Cum m și n sunt naturale obținem perechile $(6, 0)$ și $(0, 6)$	3p 2p
2.a.	$x \circ y = xy - x - y + 1 + 1 = x(y - 1) - 1(y - 1) + 1$ $= (y - 1)(x - 1) + 1 = (x - 1)(y - 1) + 1$, oricare ar fi numerele reale x și y .	3p 2p
2.b.	$x \circ x = (x - 1)^2 + 1$ de unde obținem $(x - 1)^2 \leq 4$ $ x - 1 \leq 2$ de unde se obține $x \in [-1; 3]$	2p 3p
2.c.	$1 \circ x = 1$ pentru orice x număr real. $1^n \circ 2^n \circ 3^n \circ \dots \circ 2023^n = 1 \circ (2^n \circ 3^n \circ \dots \circ 2023^n) = 1$, oricare ar fi n număr natural nenul	2p 3p

SUBIECTUL al III -lea		(30 de puncte)
1.a.	$f'(x) = \frac{1 \cdot (x^2 + 5) - (x - 2) \cdot 2x}{(x^2 + 5)^2} =$ $\frac{5 + 4x - x^2}{(x^2 + 5)^2} = \frac{(5 - x)(x + 1)}{(x^2 + 5)^2}, x \in \mathbb{R}$	3p 2p
1.b.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2}{x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{x \left(1 + \frac{5}{x^2}\right)} = 0$ <p>Dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției.</p>	3p 2p
1.c.	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 5$ Dacă $x \in (-\infty; -1]$ atunci $f'(x) \leq 0$ deci f este descrescătoare pe $(-\infty; -1]$ Dacă $x \in [-1; 5]$ atunci $f'(x) \geq 0$ deci f este crescătoare pe $[-1; 5]$ Dacă $x \in [5; +\infty)$ atunci $f'(x) \leq 0$ deci f este descrescătoare pe $[5; +\infty)$ Cum $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, f(-1) = -\frac{1}{2}, f(5) = \frac{1}{10}$ și $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ obținem $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{1}{10}$ pentru orice x număr real.	3p 2p
2.a.	$\int \frac{f(x)}{x^2} dx = \int \frac{x \ln x}{x^2} dx = \int \frac{\ln x}{x} dx = \int \ln x \cdot (\ln x)' dx =$ $= \frac{(\ln x)^2}{2} + c, c \in \mathbb{R}.$	3p 2p
2.b.	Fie F o primitivă a funcției f deci $F'(x) = f(x), F''(x) = f'(x), (\forall)x \in (0, +\infty)$ $F''(x) = f'(x) = \ln x + 1 > 0, (\forall)x \in \left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$ deci F este convexă pe $\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$	3p 2p
2.c.	$G(x) = \int g(x) dx = \int x \ln x dx + \int \frac{1}{x} \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + \frac{(\ln x)^2}{2} + k, k \in \mathbb{R}$ $G(e) = \frac{e^2}{4} \Rightarrow k = -\frac{1}{2} \text{ și } G(x) = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + \frac{(\ln x)^2}{2} - \frac{1}{2}$	3p 2p