Examenul național de bacalaureat -Simulare

Proba E. c)

Matematică *M1_matematică-informatică*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$(2+i)^2(2-i)^2=[(2+i)(2-i)]^2=(4-i^2)^2=$	**3p**
	$=[4-(-1)]^2=5^2=25$	**2p**
2.	$\Delta=1^2-4\cdot 6(-1)=25,$	**2p**
	$f_{max}=-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{25}{4(-1)}=\frac{25}{4}$	**3p**
3.	$x\in(0,\infty)\setminus\{1\},\ log_2x=t, t+\frac{1}{t}=\frac{5}{2}\Rightarrow 2t^2-5t+2=0$	**3p**
	$t_1=2, t_2=\frac{1}{2},\ log_2x=2,\ log_2x=\frac{1}{2}\ \Rightarrow x\in\{4,\sqrt{2}\}$	**2p**
4.	Sunt 50 de numere naturale impare mai mici ca 100, deci sunt 50 de cazuri posibile.	**1p**
	Sunt 24 cazuri favorabile: 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97	**2p**
	$P=\frac{numărul\ cazurilor\ favorabile}{numărul\ cazurilor\ posibile}=\frac{24}{50}=$ $=\frac{12}{25}$	**2p**
5.	$x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}, y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\Rightarrow\frac{1}{3}=\frac{-1+0+x_C}{3}, \frac{1}{3}=\frac{0+2+y_C}{3}$	**3p**
	$x_C=2, y_C=-1\ \Rightarrow C(2,-1)$	**2p**
6.	$\sin\frac{\pi}{12}+\cos\frac{5\pi}{12}=\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)=$	**3p**
	$=\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}-\sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}-\sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}=$ $\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(-8)=\begin{pmatrix}2 & -2 & 1\\ 2 & -8 & -2\\ 1 & 2 & 2\end{pmatrix},$	**2p**
	$\det(A(-8))=2\cdot(-8)\cdot 2+(-2)\cdot(-2)\cdot 1+2\cdot 2\cdot 1-1\cdot(-8)\cdot 1-2\cdot(-2)\cdot 2-2\cdot(-2)\cdot 2=0$	**3p**
b)	Matricea A este inversabilă în $M_3(R)\Leftrightarrow\ \det(A(a))\neq 0$	**2p**
		3p

	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & a & -2 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 4a+4+4-a+8+8=3a+24$, $3a+24 \neq 0 \Rightarrow a \in R \setminus \{-8\}$.	
c)	Presupunem că există $a \in R$ astfel încât sistemul (S)admite o soluție (x_0, y_0, z_0) cu $x_0 \in Z, y_0 \in Z, z_0 \in Z,$ Din prima şi a treia ecuație a sistemului rezultă $2x_0 - 2y_0 + z_0 = 1$ şi $x_0 + 2y_0 + 2z_0 = 1$, Prin adunare $3x_0 + 3z_0 = 2 \Rightarrow 3(x_0 + z_0) = 2 \Rightarrow 3$ divide 2, fals. Deci sistemul (S) nu admite o soluție cu toate componentele numere întregi.	**2p** **3p**
2.a)	$(x * y) * z = (x + y + xy) * z = x + y + xy + z + (x + y + xy)z = x + y + z + xy +$ $+ xz + yz + xyz$ $x * (y * z) = x * (y + z + yz) = x + y + z + yz + x(y + z + yz) = x + y + z + xy +$ $xz + yz + xyz$, deci legea este asociativă.	**2p** **3p**
b)	Fie e elementul neutru. Atunci $x * e = e * x = x, \forall x \in R \Leftrightarrow x + e + xe = x, \forall x \in R \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow e(x + 1) = 0, \forall x \in R \Leftrightarrow$ e=0, care verifică $x * 0 = 0 * x = x + 0 + 0 \cdot x = x, \forall x \in R$. Deci 0 este elementul neutru al legii "*".	**3p** **2p**
c)	Avem că $x * y = x + y + xy = (x + 1)(y + 1) - 1$. Fie $S_n = 1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \ldots * \frac{1}{n}$, $n \in N^*$ $S_1 = 1, S_2 = 1 * \frac{1}{2} = (1 + 1)\left(\frac{1}{2} + 1\right) - 1 = 2$ $S_3 = 1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} = \left(1 * \frac{1}{2}\right) * \frac{1}{3} = (2 + 1)\left(\frac{1}{3} + 1\right) - 1 = 3$ Presupunem că $S_n = n$. Atunci $S_{n+1} = 1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \ldots * \frac{1}{n} * \frac{1}{n+1} = \left(1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \ldots * \frac{1}{n}\right) * \frac{1}{n+1} =$ $n * \frac{1}{n+1} = (n + 1)\left(\frac{1}{n+1} + 1\right) - 1 = n + 2 - 1 = n + 1$. Conform principiului inducției matematice $S_n = n, \forall n \in N^*. S_{2023} = 2023$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \left(\frac{lnx}{\sqrt{x}}\right)' = \frac{(lnx)'\sqrt{x} - (\sqrt{x})' lnx}{x} =$ $\frac{\frac{\sqrt{x}}{x} - \frac{lnx}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{lnx}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{2 - lnx}{2x\sqrt{x}}$	**3p** **2p**
b)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow 2 - lnx = 0 \Leftrightarrow lnx = 2 \Leftrightarrow x = e^2, f'(x) > 0\ \forall x \in (0, e^2), f'(x) < 0$ $\forall x \in (e^2, \infty)$ f este strict crescătoare pe intervalul $(0, e^2]$ și f este strict descrescătoare pe intervalul $[e^2, \infty)$	**3p** **2p**
c)	Avem $3 \in (0, e^2)$, $5 \in (0, e^2)$, f este strict crescătoare pe intervalul $(0, e^2)$ și cum $3 < 5$ avem $f(3) < f(5)$ $\frac{ln3}{\sqrt{3}} < \frac{ln5}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \sqrt{5}ln3 < \sqrt{3}ln5 \Leftrightarrow ln3^{\sqrt{5}} < ln5^{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 3^{\sqrt{5}} < 5^{\sqrt{3}}$.	**3p** **2p**
2.a)	Pentru $x \in (0, \infty)$, $\int g(x)dx = \int \frac{\frac{x}{e^x}}{x} dx = \int \frac{1}{e^x} dx =$ $= \int e^{-x} dx = -e^{-x} + C$	**2p** **3p**
b)	$\int f(x)dx = \int xe^{-x}dx = -\int x(e^{-x})'dx =$ $= -xe^{-x} + \int x'e^{-x}dx = -xe^{-x} + \int e^{-x}dx = -xe^{-x} - e^{-x} + C = -(x + 1)e^{-x} + C$	**2p** **3p**

c)	Fie $F: R \to R$, o primitivă a funcției f. Atunci $F'(x) = f(x), \forall x \in R$. Cum $f(x) = xe^{-x} < 0, \forall x \in (-\infty, 0)$ și $f(x) = xe^{-x} > 0, \forall x \in (0, \infty)$ rezultă că F este strict descrescătoare pe $(-\infty, 0]$ și F este strict crescătoare pe $[0, \infty)$ deci F are ca punct de minim punctul de abscisă $x_0 = 0$.	**2p** **3p**

ISJ BUZAU