



Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$4r = a_5 - a_1 = 20$, deci $r = 5$, unde r este rația progresiei aritmetice $a_6 = a_5 + r \Rightarrow a_6 = 28$	3p 2p
2.	$f(m) = -1$, de unde obținem $m^2 - 6m + 9 = 0$ $m = 3$	3p 2p
3.	$3^{2x-1} = 3^{x+3}$, de unde obținem $2x - 1 = x + 3$ $x = 4$	3p 2p
4.	$C_5^1 + C_5^2 =$ $= 5 + 10 = 15$	3p 2p
5.	$\vec{OA} = 3\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{BC} = (x_C - 4)\vec{i} + (y_C - 4)\vec{j}$ $x_C = 7$ și $y_C = 5$	3p 2p
6.	Triunghiul ADB este dreptunghic în D , deci $BD = 3\sqrt{3}$ $BC = 4\sqrt{3}$, deci $R = 2\sqrt{3}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} =$ $= -1 - 1 - 1 + 1 + 1 + 1 = 0$	2p 3p
b)	$A(x) \cdot A(y) - A(xy) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ y+x-2 & 0 & y+x-2 \\ -y-x+2 & 0 & -y-x+2 \end{pmatrix} =$ $= (y+x-2) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} = (x+y-2)A(0)$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
c)	$A(-1) \cdot A(3) \cdot A(x) = A(-3) \cdot A(x) = A(-3x) + (x-5)A(0)$, pentru orice număr real x $A(-3x) + (x-5)A(0) = A(y)$, de unde obținem $x = 5$ și $y = -15$	2p 3p
2.a)	$f = X^4 + 2X^3 - 8X^2 + 6X + 2 \Rightarrow f(1) = 1^4 + 2 \cdot 1^3 - 8 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 + 2 =$ $= 1 + 2 - 8 + 6 + 2 = 3$	3p 2p
b)	$f = X^4 + 2X^3 - 8X^2 = X^2(X^2 + 2X - 8)$ Rădăcinile polinomului f sunt $x_1 = x_2 = 0$, $x_3 = -4$, $x_4 = 2$	2p 3p
c)	Polinomul f are coeficienți raționali, deci $x_2 = 1 - \sqrt{3}$ este rădăcină a polinomului f $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -2$ și $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = -8$, unde x_3 și x_4 sunt celelalte rădăcini ale polinomului f , de unde obținem $x_3 + x_4 = -4$ și $x_3x_4 = 2$ și, cum $x_1x_2x_3x_4 = m$, rezultă $m = -4$, care convine	2p 3p



SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

<p>1.a)</p>	$f'(x) = \frac{3e^x(x^2+x+1) - 3e^x(2x+1)}{(x^2+x+1)^2} =$ $= \frac{3e^x(x^2+x+1-2x-1)}{(x^2+x+1)^2} = \frac{3e^x(x^2-x)}{(x^2+x+1)^2}, x \in \mathbb{R}$	<p>3p</p> <p>2p</p>
<p>b)</p>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(2x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^{2x}}{4x^2+2x+1} \cdot \frac{x^2+x+1}{3e^x} =$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^x \cdot \frac{x^2+x+1}{4x^2+2x+1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^x \cdot \frac{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{4 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} \right) = +\infty$	<p>2p</p> <p>3p</p>
<p>c)</p>	<p>$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ sau $x = 1$; pentru orice $x \in (-\infty, 0)$, $f'(x) > 0 \Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(-\infty, 0)$; pentru orice $x \in (0, 1)$, $f'(x) < 0 \Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(0, 1)$; pentru orice $x \in (1, +\infty)$, $f'(x) > 0 \Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(1, +\infty)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, $f(0) = 3$, $f(1) = e$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ și, cum f este continuă, obținem că ecuația $f(x) = m$ are exact trei soluții, pentru orice $m \in (e, 3)$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
<p>2.a)</p>	$\int_1^2 (f(x) - \ln(x+1)) dx = \int_1^2 6x dx = 3x^2 \Big _1^2 =$ $= 12 - 3 = 9$	<p>3p</p> <p>2p</p>
<p>b)</p>	$\int_0^{e-1} \frac{f(x) - 6x}{x+1} dx = \int_0^{e-1} \ln(x+1) (\ln(x+1))' dx = \frac{\ln^2(x+1)}{2} \Big _0^{e-1} =$ $= \frac{\ln^2 e}{2} - \frac{\ln^2 1}{2} = \frac{1}{2}$	<p>3p</p> <p>2p</p>
<p>c)</p>	$g(x) = 6x^2 + \ln(x^2+1) \Rightarrow \mathcal{A} = \int_0^1 g(x) dx = 2x^3 \Big _0^1 + \int_0^1 x' \ln(x^2+1) dx = 2 + \ln 2 - \int_0^1 \frac{2x^2}{x^2+1} dx =$ $= 2 + \ln 2 - 2x \Big _0^1 + 2 \arctg x \Big _0^1 = \frac{\pi}{2} + \ln 2, \text{ deci } \frac{\pi}{2} + \ln 2 = a\pi + \ln 2, \text{ de unde obținem } a = \frac{1}{2}$	<p>3p</p> <p>2p</p>