Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$8-6\sqrt{6}+6\left(\sqrt{6}-1\right)=8-6\sqrt{6}+6\sqrt{6}-6=$	**3p**
	$=8-6=2$	**2p**
2.	$f(0)=m$, $(f\circ f)(0)=4m$	**3p**
	$4m=4$, de unde obținem $m=1$	**2p**
3.	$3\cdot 4^x+4^x=4$, deci $4\cdot 4^x=4$	**3p**
	$x=0$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	Deoarece cifra zecilor poate fi 1, 2, 3 sau 6, în mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt $4\cdot 10=40$ de numere care au cifra zecilor divizor al numărului 6, deci sunt 40 de cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{40}{90}=\frac{4}{9}$	**3p**
5.	$a=3a-2$	**3p**
	$a=1$	**2p**
6.	$A=\frac{\pi}{2}$	**2p**
	$AC=AB\Rightarrow \mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{10\cdot 10}{2}=50$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1&-1&1\\0&1&-2\\0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(1)\right)=\begin{vmatrix}1&-1&1\\0&1&-2\\0&0&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=1+0+0-0-0-0=1$	**3p**
b)	$A(x)\cdot A(y)=\begin{pmatrix}1&-y-x&y^2+2xy+x^2\\0&1&-2y-2x\\0&0&1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1&-(x+y)&(x+y)^2\\0&1&-2(x+y)\\0&0&1\end{pmatrix}=A(x+y)$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
c)	$A(n)\cdot A(n+1)\cdot A(n+2)\cdot A(n+3)=A(4n+6)$, pentru orice număr natural n	**3p**
	$4n+6=2n^2 \Leftrightarrow n^2-2n-3=0$ și, cum n este număr natural, obținem $n=3$	**2p**
2.a)	$1*0=\frac{2\cdot 1}{0+2}+\frac{2\cdot 0}{1+2}=$	**3p**
	$=1+0=1$	**2p**

b)	$x*0=\frac{2x}{0+2}+\frac{2\cdot 0}{x+2}=x$, pentru orice $x\in M$	**2p**
	$0*x=\frac{2\cdot 0}{x+2}+\frac{2x}{0+2}=x$, pentru orice $x\in M$, deci $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
c)	$x*\frac{4}{x}=\frac{2x}{\frac{4}{x}+2}+\frac{\frac{8}{x}}{x+2}=\frac{x^2}{x+2}+\frac{8}{x(x+2)}=\frac{x^3+8}{x(x+2)}$, pentru orice $x\in M$, x nenul	**3p**
	$\frac{x^3+8}{x(x+2)}=x$ și, cum $x\in M$, x nenul, obținem $x=2$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{e^x-x-x\left(e^x-1\right)}{\left(e^x-x\right)^2}=$	**3p**
	$=\frac{e^x-xe^x}{\left(e^x-x\right)^2}=\frac{e^x(1-x)}{\left(e^x-x\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$; pentru orice $x\in(-\infty,1]$, $f'(x)\geq 0\Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty,1]$	**3p**
	Pentru orice $x\in[1,+\infty)$, $f'(x)\leq 0\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[1,+\infty)$	**2p**
c)	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=1$, $f(1)=2+\frac{1}{e-1}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=2$	**3p**
	Cum f este continuă, f este strict crescătoare pe $(-\infty,1)$ și f este strict descrescătoare pe $(1,+\infty)$, obținem că, pentru orice $m\in(1,2]$, ecuația $f(x)=m$ are soluție unică	**2p**
2.a)	$\int_1^5\left(f(x)-\sqrt{x^2+9}\right)dx=\int_1^5(3-x)dx=\left(3x-\frac{x^2}{2}\right)\Big\vert_1^5=$	**3p**
	$=15-\frac{25}{2}-3+\frac{1}{2}=0$	**2p**
b)	$\int_0^4\frac{x}{f(x)+x-3}dx=\int_0^4\frac{x}{\sqrt{x^2+9}}dx=\int_0^4\frac{\left(x^2+9\right)'}{2\sqrt{x^2+9}}dx=\sqrt{x^2+9}\Big\vert_0^4=$	**3p**
	$=5-3=2$	**2p**
c)	$I_n=\int_0^1\frac{x^n}{f(x)}dx=\int_0^1\frac{x^n}{3-x+\sqrt{x^2+9}}dx$, pentru orice număr natural nenul n	**2p**
	$0\leq x\leq 1\Rightarrow 3-x+\sqrt{x^2+9}\geq 3-x\geq 2\Rightarrow 0\leq\frac{x^n}{3-x+\sqrt{x^2+9}}\leq\frac{x^n}{2}$, deci $0\leq I_n\leq\frac{1}{2(n+1)}$, pentru orice număr natural nenul n și, cum $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{2(n+1)}=0$, obținem $\lim\limits_{n\to+\infty}I_n=0$	**3p**