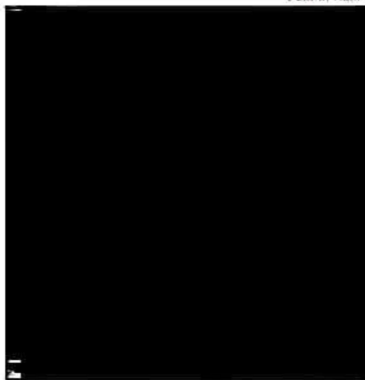
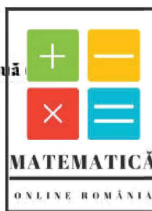




Ministerul Educației
Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două...



SUBIECTUL I

Incercați să scrieți litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Numărul natural scris în baza zece, de forma $\overline{17x}$, divizibil cu 10, este egal cu: a) 17 b) 70 c) 100 d) 170
5p	2. Numărul care reprezintă 20% din 50 este egal cu: a) 10 b) 20 c) 25 d) 100
5p	3. Suma numerelor întregi din intervalul $[-2, 3]$, este egală cu: a) -9 b) -3 c) 3 d) 6
5p	4. Inversul numărului $\frac{2}{3}$ este numărul: a) $-\frac{3}{2}$ b) $-\frac{2}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{2}$

1) $\overline{17x} : 10 \Rightarrow$ ultima cifră = 0
 $\Rightarrow \overline{17x} = 170 \Rightarrow x = 0$

2) 20% din 50 = $\frac{20}{100} \cdot 50 = 10$

3) $E[-2, 3] \cap \mathbb{Z} = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
 $S = (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3$
 $= -x - x + 0 + x + x + 3 = 3$

4) inversul lui $\frac{2}{3} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = 1 : \frac{2}{3}$
 $= 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

5p 5. Patru elevi, Elena, Maria, George și Mihai, au calculat media geometrică a numerelor $x=3-2\sqrt{2}$ și $y=3+2\sqrt{2}$ și au obținut următoarele rezultate:

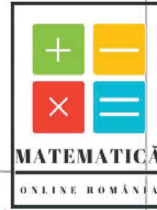
Elena	Maria	George	Mihai
$\sqrt{17}$	$\sqrt{2}$	1	3

Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media geometrică este:

a) Elena
b) Maria
c) George
d) Mihai

5p 6. Afirmatia „Numărul 4 este mai mare decât numărul $2\sqrt{5}$.” este:

a) adevărată
b) falsă



$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{aligned} 5) \text{mg}(x, y) &= \sqrt{xy} \\ &= \sqrt{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} \\ &= \sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{9-8} = \sqrt{1} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) 4 &> 2\sqrt{5} \\ (\Leftrightarrow) \sqrt{16} &> \sqrt{2^2 \cdot 5} \\ (\Leftrightarrow) \sqrt{16} &> \sqrt{20} \text{ fals.} \end{aligned}$$

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p 1. În figura alăturată este reprezentat segmentul AB cu lungimea de 5 cm. Punctul C este simetricul punctului B față de punctul A , iar punctul D este simetricul punctului C față de punctul B . Lungimea segmentului CD este egală cu:

a) 5 cm
b) 10 cm
c) 15 cm
d) 20 cm

5p 2. În figura alăturată, unghiurile $\angle AOC$ și $\angle BOD$ sunt opuse la vârf. Măsura unghiului $\angle AOC$ este egală cu 30° , iar semidreapta OE este bisectoarea unghiului $\angle BOC$. Măsura unghiului $\angle DOE$ este egală cu:

a) 75°
b) 90°
c) 105°
d) 150°

5p 3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB=12$ cm, $BC=13$ cm și $AC=7$ cm. Punctele M , N și P sunt mijloacele segmentelor AB , BC , respectiv AC . Perimetrul triunghiului MNP este egal cu:

a) 8 cm
b) 16 cm
c) 18 cm
d) 32 cm

$$\begin{aligned} DC &= S_{AB} \Rightarrow CA = AB = 5 \text{ cm} \\ \Rightarrow CB &= CA + AB = 5 + 5 = 10 \text{ cm} \\ D &= S_{BC} \Rightarrow CB = BD = 10 \text{ cm} \\ CD &= CB + BD = 10 + 10 = 20 \text{ cm.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \angle AOC &\equiv \angle BOD (\text{op. la v.}) = 30^\circ \\ OE &= \text{bis } \angle BOC \Rightarrow \angle COE \equiv \angle EOB \\ &= \frac{\angle BOC}{2}; \angle BOC = \angle AOB - \angle AOC \\ &= 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ \Rightarrow \angle EOB = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ \\ \angle DOE &= \angle EOB + \angle BOD = 75^\circ + 30^\circ = 105^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) M &= \text{mij. } AB \mid \Rightarrow MN \text{ linie mij. } \\ N &= \text{mij. } BC \mid \Rightarrow \text{în } \triangle ABC \\ &\Rightarrow MN = \frac{AC}{2} = \frac{7}{2} \text{ cm} \\ M &= \text{mij. } AB \mid \\ P &= \text{mij. } AC \mid \Rightarrow MP \text{ linie mij. } \\ &\Rightarrow MP = \frac{BC}{2} = \frac{13}{2} \text{ cm} \\ N &= \text{mij. } BC \mid \\ P &= \text{mij. } AC \mid \Rightarrow NP \text{ linie mij. } \\ &\Rightarrow NP = \frac{AB}{2} = \frac{12}{2} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{\triangle MNP} &= MN + NP + PM \\ &= \frac{7}{2} + \frac{12}{2} + \frac{13}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ cm.} \end{aligned}$$

5p 4. În figura alăturată este reprezentat patrulaterul $ABCD$. Dreapta AC este perpendiculară pe dreapta BC și dreapta AD este perpendiculară pe dreapta BD . Punctul M este mijlocul segmentului AB și măsura unghiului $\angle DCM$ este egală cu 40° . Măsura unghiului $\angle CMD$ este egală cu:

a) 80°
b) 90°
c) 100°
d) 120°

5p 5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O și diametru BC . Punctul A aparține cercului, astfel încât măsura arcului mic AC este egală cu 120° . Măsura unghiului $\angle ACB$ este egală cu:

$$\begin{aligned} 4) \triangle ABC \text{ drz, } DM &= \text{mediana} \Rightarrow DM = \frac{AB}{2} \\ \Rightarrow DM &= AM = MB; \\ \triangle ACB \text{ drz, } CH &= \text{mediana} \Rightarrow CH = \frac{AB}{2} \\ \Rightarrow CH &= AM = MB; \\ \Rightarrow DM &= CH \Rightarrow \triangle DMC \text{ isoscel} \Rightarrow \angle CDM = \angle DCM = 40^\circ \\ \Rightarrow \angle CMD &= 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ (\text{dins } \triangle DMC) \end{aligned}$$

	d) 120°	
5p	5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O și diametru BC . Punctul A aparține cercului, astfel încât măsura arcului mic AC este egală cu 120° . Măsura unghiului ACB este egală cu:	
	<input type="radio"/> a) 30° <input checked="" type="radio"/> b) 60° <input type="radio"/> c) 90° <input type="radio"/> d) 120°	
5p	6. În figura alăturată este reprezentat un con circular drept cu secțiunea axială triunghiul dreptunghic VAB și raza bazei conului $AO=4$ cm. Generatoarea acestui con are lungimea egală cu:	
	<input type="radio"/> a) 4 cm <input checked="" type="radio"/> b) $4\sqrt{2}$ cm <input type="radio"/> c) 8 cm <input type="radio"/> d) $8\sqrt{2}$ cm	

$\Rightarrow DM = CM \Rightarrow \triangle DMC$ isoscel $\Rightarrow \angle CDM = \angle DCM = 40^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{DC} = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$ (din $\triangle DCM$)
 5) $BC = \text{diametru} \Rightarrow \widehat{BAC} = 180^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BAC} - \widehat{AC} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
 $\angle ACB$ (înscris în cerc) = $\frac{m\widehat{AB}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

c) $VA = VB \Rightarrow \triangle VAB$ dreptunghic isoscel
 $VO = \text{mediana} \Rightarrow VO = \frac{AB}{2} = AO = BO$
 $\Rightarrow VO = 4$ cm;
 $\triangle VOA = (TP) \quad VA^2 = AO^2 + VO^2 = 4^2 + 4^2 = 32$
 $\Rightarrow VA = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow G = 4\sqrt{2}$ cm

SUBIECTUL al III-lea

Screeți rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p	1. Într-un bloc de locuințe sunt 22 de apartamente cu două, respectiv cu patru camere, în total fiind 60 de camere. (2p) a) Este posibil ca în acest bloc să fie 16 apartamente cu patru camere? Justifică răspunsul dat. $a = \text{nr. apartamentelor cu 2 camere};$ $b = \text{nr. apartamentelor cu 4 camere};$ Presupunem că $b = 16;$ $a + 16 = 22 \Rightarrow a = 6;$ $2 \cdot a + 4 \cdot 16 = 60 (\Leftrightarrow) 2 \cdot 6 + 4 \cdot 16 = 60$ $(\Leftrightarrow) 12 + 64 = 60 (\Leftrightarrow) 76 = 60$ fals Nu este posibil	
----	--	--

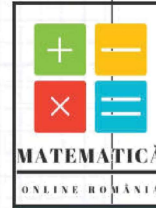
(3p) b) Determină numărul de apartamente cu două camere din acest bloc.

$$\begin{cases} a+b=22 \\ 2a+4b=60 \end{cases} \quad / \cdot (-4) \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} -4a-4b=-88 \\ 2a+4b=60 \end{cases}$$

$$-2a \quad / \quad = -28$$

$$\Rightarrow a = \frac{-28}{-2}$$

$\Rightarrow a = 14$ apartamente
cu două camere;



5p 2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x^2-9}{x^2-16} - 1 \right) : \left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x-4} - \frac{3}{x^2-16} \right)$, unde x este număr real.
 $x \neq -4$, $x \neq 4$ și $x \neq \frac{3}{2}$.

(2p) a) Arată că $E(x) = \frac{7}{2x-3}$, unde x este număr real. $x \neq -4$, $x \neq 4$ și $x \neq \frac{3}{2}$.

$$E(x) = \left[\frac{x^2-9}{(x-4)(x+4)} - 1 \right] : \left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x-4} - \frac{3}{x^2-16} \right)$$

$$= \left[\frac{x^2-9}{(x-4)(x+4)} - \frac{x^2-16}{(x-4)(x+4)} \right] : \left[\frac{(x-4) + (x+4) - 3}{(x-4)(x+4)} \right]$$

$$= \frac{x^2-9-x^2+16}{(x-4)(x+4)} : \frac{x-4+x+4-3}{(x-4)(x+4)} = \frac{7}{(x-4)(x+4)} \cdot \frac{(x-4)(x+4)}{2x-3} = \frac{7}{2x-3}$$

(3p) b) Determină numerele naturale n pentru care $E(n)$ este număr natural.

$$E(n) = \frac{7}{2n-3} \in \mathbb{N} ; m \in \mathbb{N} = 7$$

$$2n-3 \in D_7 \Rightarrow 2n-3 \in \{1, 7\}$$

P1. $2n-3=1 \Rightarrow 2n=4 \Rightarrow n=2$

P2. $2n-3=7 \Rightarrow 2n=10 \Rightarrow n=5$

5p

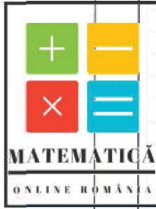
3. Se consideră numerele $a = \left(-\frac{1}{3}\right)^{32} : \left(-\frac{1}{3}\right)^{30} \cdot (-6)^2$ și $b = \left(\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3}\right) (0,5)^{-2}$.

(2p) a) Arată că $a = 4$.

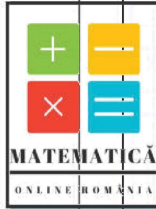
$$\begin{aligned} a &= \left(-\frac{1}{3}\right)^{32} : \left(-\frac{1}{3}\right)^{30} \cdot (-6)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^{32} : \left(\frac{1}{3}\right)^{30} \cdot 36 \\ &= \frac{1}{3^{32}} : \frac{1}{3^{30}} \cdot 36 = \frac{1}{3^{32}} \cdot \frac{3^{30}}{1} \cdot 36 = \frac{3^{30}}{3^{32}} \cdot 36 \\ &= 3^{30-32} \cdot 36 = 3^{-2} \cdot 36 = \frac{1}{3^2} \cdot 36 = \frac{1}{9} \cdot 36 \\ &= \frac{36}{9} = 4 \end{aligned}$$

(3p) b) Calculează media aritmetică a numerelor a și b .

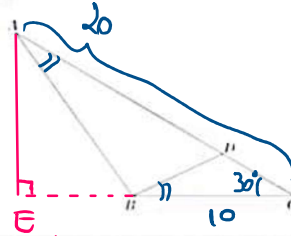
$$\begin{aligned} b &= \left(\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3}\right) \cdot (0,5)^{-2} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5^{10}}{10}\right)^{-2} \\ &= \left(\frac{2+1}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \frac{3^3}{6} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{4}} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot (1 \cdot 4) = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2; \\ m_a(a, b) &= \frac{a+b}{2} = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3; \end{aligned}$$



- 5p 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $BC = 10\text{ cm}$, $AC = 20\text{ cm}$ și măsura unghiului ACB este egală cu 30° . Punctul D aparține segmentului AC , astfel încât unghiul DBC este congruent cu BAC .
- (2p) a) Arată că aria triunghiului ABC este egală cu 50 cm^2 .



Fie $AE \perp BC$, $E \in BC$
 $\triangle AEC$ în $E \mid \Rightarrow \sphericalangle A = 30^\circ$
 $\sphericalangle C = 30^\circ$
 $AE = \frac{AC}{2} = \frac{20}{2} = 10\text{ cm}$.



$$A_{\triangle ABC} = \frac{AE \cdot BC}{2} = \frac{10 \cdot 10}{2} = \frac{100}{2} = 50\text{ cm}^2$$

- (3p) b) Calculează lungimea segmentului CD .

$$\begin{aligned} \sphericalangle BAC &\equiv \sphericalangle DBC \text{ (ip.)} \\ \sphericalangle BCA &\equiv \sphericalangle DCB = 30^\circ \end{aligned} \mid \Rightarrow (UU) \triangle ABC \sim \triangle BDC$$

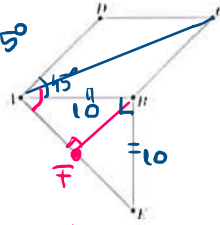
$$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{10}{DC} = \frac{20}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{DC} = \frac{20}{10} \Rightarrow \frac{10}{DC} = 2 \Rightarrow DC = \frac{10 \cdot 1}{2} \Rightarrow DC = 5\text{ cm}$$

- 5p 5. În figura alăturată sunt reprezentate rombul $ABCD$ cu măsura unghiului BAD egală cu 45° și triunghiul dreptunghic isoscel ABE cu $AB = BE = 10\text{cm}$. Punctele C și E sunt de o parte și de alta a dreptei AB .

(2p) a) Arată că dreapta DA este perpendiculară pe dreapta AE .

$$\begin{aligned} \triangle ABE \text{ dr. is.} &\Rightarrow \angle BAE = \angle BEA = 45^\circ \\ \angle DAE &= \angle DAB + \angle BAE \\ &= 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ \\ &\Rightarrow DA \perp AE \end{aligned}$$



(3p) b) Arată că tangenta unghiului CAE este egală cu $\sqrt{2} + 1$.

$$\begin{aligned} \text{Fie } BF \perp AE, F \in AE &\Rightarrow BF = \text{bis. } \triangle ABE \\ \triangle ABE \text{ isoscel} &\quad BF = \text{mdm}_B \Rightarrow F = \text{mijlocul lui } AE \end{aligned}$$

$$\angle CBA = 180^\circ - \angle CAD = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\angle ABF = \frac{(\text{BF bis}) \angle ABE}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\angle CBA + \angle ABF = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle FBC = 180^\circ \Rightarrow F, B, C \text{ coliniare}$$

$$\Rightarrow CF \perp AE \Rightarrow \triangle CFA \text{ dr. în } F;$$

$$\text{tg } \angle CAE = \frac{CF}{AF}$$

$$CF = CB + BF$$

$$CB = AB (\text{ABCD romb}) = 10\text{cm}$$

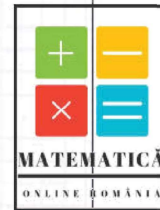
$$BF = \text{mdm în } \triangle ABE \text{ dreptunghic} = \frac{AE}{2}$$

$$\triangle ABE \text{ dr. is.} \Rightarrow \text{ip} = \sqrt{2} \Rightarrow AE = AB\sqrt{2} \Rightarrow AE = 10\sqrt{2}\text{cm}$$

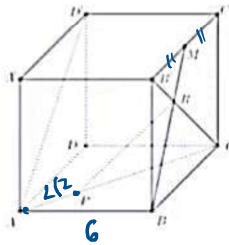
$$CF = CB + BF = 10 + 5\sqrt{2}$$

$$AF = \frac{AE}{2} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}\text{cm};$$

$$\begin{aligned} \text{tg } \angle CAE &= \frac{10 + 5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(2 + \sqrt{2})}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{2} = \frac{2(\sqrt{2} + 1)}{2} \\ &= \sqrt{2} + 1 \end{aligned}$$



5p 6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A'B'C'D'$ cu $AB = 6$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului $B'C'$ și dreptele BM și $B'C'$ se intersectează în punctul R . Punctul P aparține segmentului AC , astfel încât $AP = 2\sqrt{2}$ cm.
(2p) a) Arată că $CP = 2 \cdot AP$.



$ABCD$ pătrat, AC diagonală
 $\Rightarrow AC = AB\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ cm.

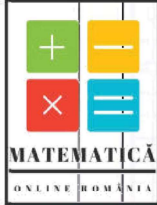
$$AC = AP + PC$$

$$6\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + PC$$

$$\Rightarrow PC = 6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$CP = 2 \cdot AP \Leftrightarrow 4\sqrt{2} = 2 \cdot 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

adevărat



(3p) b) Determină măsura unghiului dreptelor PR și AD' .

În $BCC'B'$: $BC \parallel B'M \Rightarrow$ (TFA) $\triangle B'RM \sim \triangle CRB$

$$\Rightarrow \frac{B'R}{RC} = \frac{B'M}{BC}$$

$$\begin{matrix} M = \text{mij. } B'C' \\ B'C' = BC \end{matrix} \Rightarrow \frac{B'R}{RC} = \frac{1}{2}$$

$$\text{dina)} \Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{B'R}{RC} = \frac{AP}{PC}$$

\Rightarrow (R.T.Thales în $\triangle B'AC$) $PR \parallel AB'$

$$\Rightarrow m\angle(PR; AD') = m\angle(AB'; AD') = m\angle B'AD'$$

În $\triangle B'AD'$ avem $B'A = \sqrt{2} \cdot 6 = 6\sqrt{2}$, $AD' = \sqrt{2} \cdot 6 = 6\sqrt{2}$, $B'D' = \sqrt{2} \cdot 6 = 6\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \triangle B'AD' \text{ echilateral} \Rightarrow m\angle B'AD' = 60^\circ \Rightarrow m\angle(PR; AD') = 60^\circ$$

